

共分散比

いくつかの変数の合計得点を求めた際の、合計得点に対する各変数の寄与の大きさを表す指標の1つ。各変数の共分散比は、当該変数を従属変数、合計得点を独立変数として単回帰分析したときの回帰係数の値として得られる。共分散比は、合計得点に含まれる変数の共分散比をすべて合計すると1になるという性質を持つ。

例1 合計得点に対する各変数の共分散比

下のデータにおいて、 $X_t = X_1 + X_2 + X_3$ となっている。合計得点 X_t に対する、 X_1 、 X_2 、 X_3 の共分散比は、 X_t を独立変数、 X_1 、 X_2 、 X_3 をそれぞれ従属変数とした3つの単回帰分析の単回帰係数として求められ、 $X_1 : 0.2487$ 、 $X_2 : 0.2370$ 、 $X_3 : 0.5143$ であり、 $0.2487 + 0.2370 + 0.5143 = 1.0000$ となっている。この場合、合計得点の5割以上は X_3 の影響により、残りを X_1 と X_2 で分ける（約4分の1ずつ）と解釈される。

例2 従属変数の予測値に対する各説明変数の共分散比

① X_1 、 X_2 、 X_3 を独立変数、 Y を従属変数とした重回帰分析を行うと、各説明変数の偏回帰係数は $X_1 : 0.85999$ 、 $X_2 : 2.1881$ 、 $X_3 : 0.6153$ である。これら3変数（と切片）から予測された y の予測値が Y_{hat} であり、 $X_{1h} = 0.85999X_1$ などとすると、 $Y_{hat} = 0.85999X_1 + 2.1881X_2 + 0.6153X_3 + \text{切片}$ (61.6155) $= X_{1h} + X_{2h} + X_{3h} + \text{切片}$ である。切片は定数であるから、 Y_{hat} は X_{1h} 、 X_{2h} 、 X_{3h} という3つの変数の合計得点と本質的に同じである。

② Y_{hat} を独立変数、 X_1 、 X_2 、 X_3 をそれぞれ従属変数とした3つの単回帰分析の単回帰係数は、 $X_1 : 0.20903$ 、 $X_2 : 0.038$ 、 $X_3 : 0.25275$ である。

これらより、 Y_{hat} に対する X_1 、 X_2 、 X_3 の寄与は、①と②の対応する回帰係数を掛け合わせて、 $X_1 : 0.85999 \cdot 0.20903 = 0.17976$ 、 $X_2 : 2.1881 \cdot 0.038 = 0.66473$ 、 $X_3 : 0.6153 \cdot 0.25275 = 0.15552$ と算出され、 $0.17976 + 0.66473 + 0.15552 \doteq 1$ （丸め誤差の範囲で=1）となっている。この場合、 Y_{hat} に対しては X_2 の影響が全体の3分の2くらい、残りを X_1 と X_3 で分ける（それぞれ6分の1程度）と解釈される。

例3 従属変数に対する各説明変数の寄与

① X_1 、 X_2 、 X_3 を独立変数、 Y を従属変数とした重回帰分析を行うと、各説明変数の偏回帰係数は $X_1 : 0.85999$ 、 $X_2 : 2.1881$ 、 $X_3 : 0.6153$ である。これら3変数（と切片）から予測された y の予測値が Y_{hat} であり、 $Y_{hat} = 0.85999 * X_1 + 2.1881 * X_2 + 0.6153 * X_3 + \text{切片}$ (61.6155) である。

② Y を独立変数、 X_1 、 X_2 、 X_3 をそれぞれ従属変数とした3つの単回帰分析の単回帰係数は、 $X_1 : 0.09847$ 、 $X_2 : 0.14311$ 、 $X_3 : 0.11906$ である。

これらより、 Y に対する X_1 、 X_2 、 X_3 の寄与は、①と②の対応する回帰係数を掛け合わせて、 $X_1 : 0.85999 \cdot 0.09847 = 0.08468$ 、 $X_2 : 2.1881 \cdot 0.14311 = 0.31313$ 、 $X_3 : 0.6153 \cdot 0.11906 = 0.07326$ と算出される。これらの値の合計は、 X_1 、 X_2 、 X_3 を独立変数、 Y を従属変数とした重回帰分析における決定係数に一致し ($0.08468 + 0.31313 + 0.07326 \doteq 0.4711$)、その中で X_1 、 X_2 、 X_3 が占めている値を表す。また、これらの値は、例2で求めた値に決定係数を掛けたものに一致する ($0.17976 \cdot 0.4711 = 0.08468$ など)。

データ

X_1	X_2	X_3	X_t	Y	Y_{hat}	X_{1h}	X_{2h}	X_{3h}
30	40	52	122	220	206.9327	25.7997	87.524	31.9956
22	28	48	98	192	171.3349	18.91978	61.2668	29.5344
26	35	60	121	156	197.4749	22.35974	76.5835	36.918
10	13	57	80	161	133.7319	8.5999	28.4453	35.0721
24	30	33	87	144	168.2016	20.63976	65.643	20.3049
19	38	42	99	201	186.9443	16.33981	83.1478	25.8426
26	28	57	111	173	180.3123	22.35974	61.2668	35.0721
31	22	77	130	148	183.7892	26.65969	48.1382	47.3781
25	28	63	116	181	183.1441	21.49975	61.2668	38.7639
26	33	54	113	214	189.4069	22.35974	72.2073	33.2262
22	33	73	128	195	197.6577	18.91978	72.2073	44.9169
27	48	37	112	216	212.6283	23.21973	105.0288	22.7661
14	18	36	68	132	135.1909	12.03986	39.3858	22.1508
16	25	57	98	117	165.1487	13.75984	54.7025	35.0721
20	33	57	110	219	186.0932	17.1998	72.2073	35.0721
11	20	43	74	124	141.2944	9.45989	43.762	26.4579
16	25	32	73	188	149.7663	13.75984	54.7025	19.6896
15	28	45	88	148	163.4695	12.89985	61.2668	27.6885
17	33	39	89	171	172.4381	14.61983	72.2073	23.9967
25	23	50	98	196	164.2048	21.49975	50.3263	30.765
19	30	60	109	185	180.5148	16.33981	65.643	36.918
16	13	30	59	137	122.2785	13.75984	28.4453	18.459
25	20	48	93	118	156.4099	21.49975	43.762	29.5344
16	23	37	76	133	148.4666	13.75984	50.3263	22.7661
34	43	45	122	210	212.6297	29.23966	94.0883	27.6885
24	30	48	102	210	177.431	20.63976	65.643	29.5344
11	28	20	59	135	144.6474	9.45989	61.2668	12.306
11	15	38	64	121	127.2774	9.45989	32.8215	23.3814
24	25	51	100	220	168.3364	20.63976	54.7025	31.3803
19	35	20	74	129	166.8436	16.33981	76.5835	12.306